## 2.7.7 Obsah rovnoběžníku

**Předpoklady:** 020707

Obsah (značka *S*):
- kolik místa útvar zaujímá,
- počet čtverečků 1 x 1, které se do něj vejdou,
- kolik koberce budeme muset koupit, abychom pokryli podlahu,
- ...

**Př. 1:** Urči obsah čtverce o straně $25\ \mathrm{m}$.

Obsah čtverce: $S = a \cdot a = 25 \cdot 25\ \mathrm{m}^2 = 625\ \mathrm{m}^2$

**Př. 2:** Obdélníkový pozemek má v katastru uvedenu plochu $650\ \mathrm{m}^2$. Jedna jeho strana přiléhá k silnici a má délku 25 m. Jak dlouhý je pozemek směrem od silnice?

Vzorec pro výpočet obsahu obdélníku: $S = ab \Rightarrow$ známe dvě hodnoty $\Rightarrow$ třetí můžeme snadno vypočítat.

$S = ab \quad / : a$

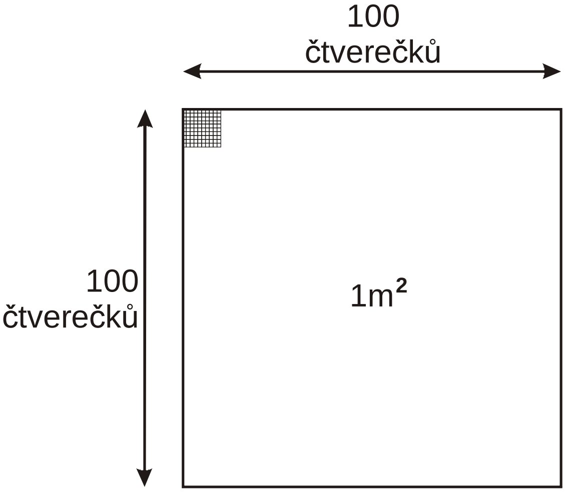
$b = \frac{S}{a} = \frac{650}{25}\ \mathrm{m} = 26\ \mathrm{m}$

Směrem od silnice je pozemek dlouhý 26 m.

**Pedagogická poznámka:** Žáci předchozí příklad řeší samozřejmě bez vzorce, ale já řešení ukazují vzorcem, aby jim postup přišel povědomí ve chvíli, kdy se bez něj již obejdou jen stěží.

**Př. 3:** Proč platí $1\ \mathrm{m} = 100\ \mathrm{cm}$ a ?

Grafické zdůvodnění:




Celkový počet malých čtverečků ve velkém čtverci: $100 \cdot 100 = 10\,000 \Rightarrow 1\ \mathrm{m}^2 = 10\,000\ \mathrm{cm}^2$.

Početní zdůvodnění: $1\ \text{m}^2 = 1\ \text{m} \cdot 1\ \text{m} = 100\ \text{cm} \cdot 100\ \text{cm} = 10\,000\ \text{cm}^2$.

**Př. 4:** Převzato s internetu:
„Mapa odlesňování ukazuje, že planeta ztratila 888 000 čtverečných mil (2,3 čtverečných kilometrů) lesa od roku 2000. Mapa, založená na satelitních datech, zahrnuje lesní ztráty a lesní zisky, ale také portrétuje čistou ztrátu lesů na Zemi.“
Zkontroluj převod (je totiž evidentně špatně).

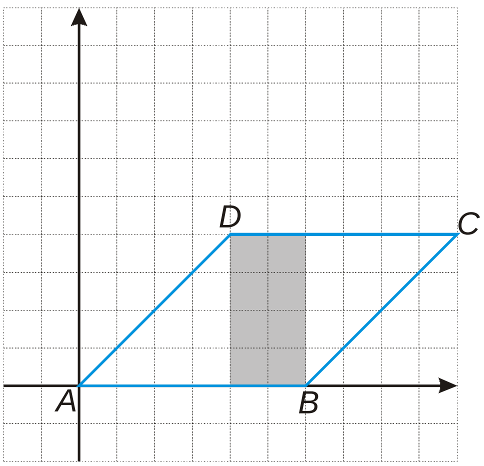
Vzhledem k tomu, že 1 míle je větší než 1 km není možné, aby 888 000 čtverečných mil bylo pouze 2,3 čtverečných kilometrů).

Využijeme převod: $1\ \text{mile} = 1{,}609\ \text{km}$.

$888\,000\ \text{mile}^2 = 888\,000 \cdot 1\ \text{mile} \cdot 1\ \text{mile} = 888\,000 \cdot 1{,}609\ \text{km} \cdot 1{,}609\ \text{km} = 2\,299\,000\ \text{km}^2$

Převod je tedy téměř správně až na to, že autor zapomněl slovo miliónů (čtverečných km).

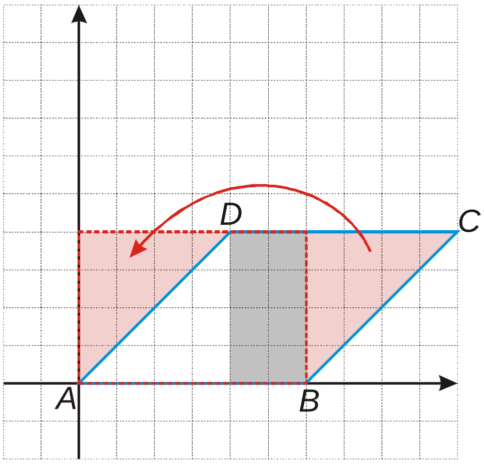
**Př. 5:** Nakresli na čtverečkovaný papír rovnoběžník *ABCD*, $A[0;0]$, $B[6;0]$, $C[10;4]$, $D[4;4]$. Urči jeho obsah (spočtením čtverečků). Urči jeho obsah pomocí jeho rozměrů (podobně jako určujeme obsahy obdélníků a čtverců). Záleží na tom, ze které strany vycházíš? Svůj postup zformuluj do vzorce.




Rovnoběžník má obsah 24 čtverečků:

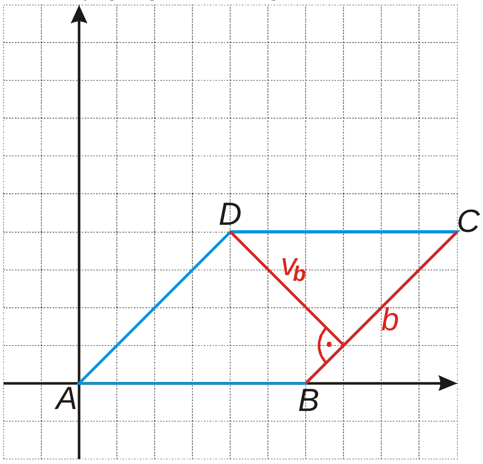
- 8 vyznačených šedých čtverečků,
- dva zbytky po obou stranách dají dohromady čtverec o straně 4 $\Rightarrow$ 16 čtverečků.

Obsah můžeme spočítat jako obsah červeně vyznačeného obdélníku (který vznikne naznačeným přesunem pravého zbytku doleva).




$S = ab = 6 \cdot 4 = 24$ čtverečků.
Jaký je význam čísla 4?
Jde o výšku rovnoběžníku na stranu $a$ $\Rightarrow$ obsah rovnoběžníku můžeme spočítat podle vzorce $S = a \cdot v_a$.

Výsledek výpočtu nemůže záviset na tom, od které strany začneme, nebo, jak si vrcholy pojmenujeme (pokud bychom stranu *BC* označili jako *AB*, obsah rovnoběžníku se nezmění) $\Rightarrow$ stejný výsledek bychom měli získat, pokud budeme postupovat z boční strany.



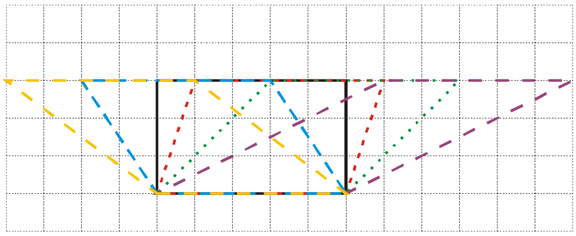

Naměřené vzdálenosti: $b = 2{,}8\text{ cm}$, $v_b = 2{,}1\text{ cm}$ (skutečné vzdálenosti jsou dvakrát větší, pokud jsme využívali čtverečky papíru o straně 0,5 cm).
$S = b \cdot v_b = 5{,}6 \cdot 4{,}2\text{ cm}^2 = 23{,}5\text{ cm}^2$ (pokud zohledníme vliv zaokrouhlování a nepřesností měření stejný výsledek).

Obsah rovnoběžníku určíme pomocí libovolné strany a k ní náležící výšky vzorcem $S = a \cdot v_a = b \cdot v_b$.

**Př. 6:** Kde už jsme se s výsledkem předchozího příkladu setkali?

V předminulé hodině jsme počítali součiny $a \cdot v_a$ a $b \cdot v_b$ v rovnoběžníku se stejným výsledkem (rovnaly se i hodnoty *a* a $v_a$).

**Př. 7:** Nakresli na čtverečkovaný papír několik různých rovnoběžníků se stejnou délkou strany *a* a stejným obsahem.



Můžeme horní stranu rovnoběžníku posouvat libovolně ve stejné výšce a obsah rovnoběžníku se nezmění.

**Př. 8:** Jsou všechny rovnoběžníky se stejnými hodnotami *a* a *b* shodné? Mají stejný obsah?

Rovnoběžníky se stejnými hodnotami *a* a *b* shodné být nemusí, mohou se lišit ve sklonu (vnitřních úhlech).
Pokud se liší ve sklonu, liší se i ve výškách a tím i v obsahu.

**Př. 9:** Urči výšky rovnoběžníku o stranách $a = 7\text{ cm}$, $b = 4\text{ cm}$ a obsahu $20\text{ cm}^2$.

Platí: $S = av_a \quad / : a$

$$v_a = \frac{S}{a} = \frac{20}{7}\text{ cm} \doteq 2{,}9\text{ cm}$$

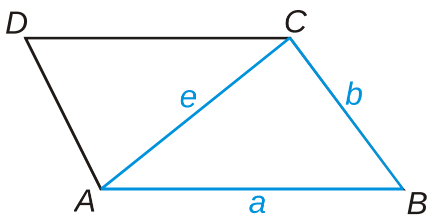
Podobně pro $v_b$: $v_b = \frac{S}{b} = \frac{20}{4}\text{ cm} = 5\text{ cm}$

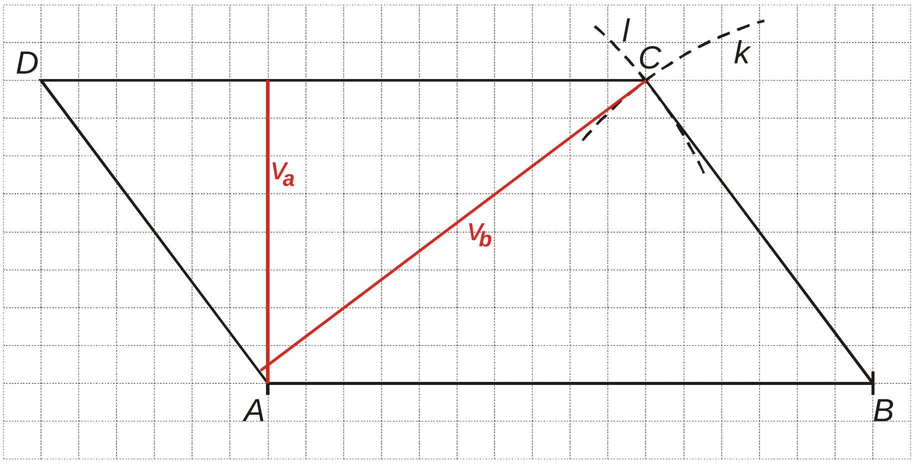
Pro výšky obdélníku platí: $v_a = 2{,}9\text{ cm}$, $v_b = 5\text{ cm}$.

**Př. 10:** Jaký největší obsah může mít rovnoběžník o stranách $a = 7\text{ cm}$, $b = 4\text{ cm}$? Kdy tento případ nastane?

Největší obsah může mít rovnoběžník v situaci, kdy jsou strany navzájem kolmé (jde o obdélník) $\Rightarrow$ v tom případě platí: $v_a = b = 4 \Rightarrow S = a \cdot v_a = ab = 7 \cdot 4\text{ cm}^2 = 28\text{ cm}^2$.

**Př. 11:** Narýsuj na čtverečkovaný papír rovnoběžník *ABCD*: $a = 8\text{ cm}$, $b = 5\text{ cm}$, $e = 6{,}4\text{ cm}$. Změř jeho výšky a spočti jeho obsah oběma způsoby. Zkontroluj svůj výsledek spočtením čtverečků.






$v_a = 4\text{ cm} \Rightarrow S = a \cdot v_a = 8 \cdot 4\text{ cm}^2 = 32\text{ cm}^2$

$v_b = 6{,}4\text{ cm} \Rightarrow S = b \cdot v_b = 5 \cdot 6{,}4\text{ cm}^2 = 32\text{ cm}^2$

Počet čtverečků: $8 \cdot 10 + 8 \cdot 6 = 80 + 48 = 128$ čtverečků.
Čtverečky mají stranu 0,5 cm $\Rightarrow$ potřebujeme 4 čtverečky na $1\text{ cm}^2$ $\Rightarrow$ obsah rovnoběžníku počítáním čtverečků: $128 : 4 = 32\text{ cm}^2$.

**Shrnutí:** Obsah rovnoběžníku určíme pomocí libovolné strany a k ní náležící výšky vzorcem $S = a \cdot v_a = b \cdot v_b$.